

109年公務人員特種考試關務人員、身心障礙人員考試及
109年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試試題

考試別：身心障礙人員考試

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：抽樣方法

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、由下列 $N=3$ 之有限母體 $U=\{2, 4, 6\}$ 以簡單隨機抽樣抽出不放回方式 (SRSWOR) 抽出 $n=2$ 之簡單隨機樣本。

(一)分別列出樣本均數 ($\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$) 及樣本變異數 ($s^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$) 之抽樣分配。(10分)

(二)以數值方式證明 $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$ 為母體均數 ($\bar{Y} = \frac{\sum y_i}{N}$) 之不偏估計式。(5分)

(三)以數值方式證明 $s^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$ 為母體變異數 ($S^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{Y})^2}{N-1}$) 之不偏估計式。(5分)

(四)以數值方式證明 $V(\bar{y}) = \frac{1-f}{n} S^2$ 。(5分)

註：第(二)~(四)題請根據(一)之抽樣分配求算。

二、欲了解某一產業現有業者的紓困需求，利用分層隨機抽樣，首先將該產業共 6,000 家業者依三個區域 (北中南) 分成三層，每層的業者比例分別為

$W_1 = \frac{3}{6}$ 、 $W_2 = \frac{2}{6}$ 及 $W_3 = \frac{1}{6}$ 。根據過去普查資料得知這三個區域業者的紓困

需求比例分別為 $P_1 = 10\%$ 、 $P_2 = 30\%$ 、 $P_3 = 50\%$ 。

(一)欲估計該產業現有業者的紓困需求比例，假設各層抽樣成本相同並能得到估計值的最小變異數，根據前述的資訊，應如何配置 $n=600$ 的樣本到這三個區域？(即如何配置 n_1, n_2, n_3)。(10分)

(二)若欲採用比例配置法 (Proportional Allocation) 並得到與第(一)題的估計值相同的精確度 (Precision)，應抽出多大的樣本？如何配置各層的樣本 (n_1, n_2, n_3)？【提示：忽略有限母體修正項 (fpc)】。(10分)

(三)試說明第(一)、(二)題樣本結構與樣本大小的差異。(5分)

三、為了解新創產業受疫情衝擊的情況，擬進行一項抽樣調查以估計某一新創產業在疫情期間申請紓困補助的比例。抽樣方法採一階段集體抽樣（Single-stage cluster sampling），該新創產業共 300 家公司分散在 15 個園區（cluster），首先由 15 個園區抽出 3 個園區，這 3 個園區內的公司數及申請紓困補助的公司數列於下表。根據下表資料估計該新創產業有申請紓困補助的比例（P）及該估計值之標準誤。（20 分）

園區 (cluster)	公司數 (M_i)	申請紓困補助的公司數 (a_i)
1	15	5
2	20	5
3	15	4

四、欲估計果園內 2019 年平均每棵文旦樹的產量，果園共分為 8 區，每區種了 30 棵文旦樹，前六區（老樹區，I）的文旦樹係 20 年前種的老樹，後兩區（幼樹區，II）的文旦樹係 6 年前新種的幼樹。2018 年（ x ）平均每棵老樹的產量為 98 公斤，平均每棵幼樹的產量為 53 公斤。為了估計 2019 年（ y ）平均每棵文旦樹的產量，以老幼樹區分層，利用分層簡單隨機抽樣結合比例配置法抽出 24 棵文旦樹包含 18 棵老樹及 6 棵幼樹（ $n=24$, $n_1=18$, $n_2=6$ ），記錄其文旦產量。其母體特性及樣本統計結果彙整於下表：

層別 (h)	變數	母體			樣本						
		N_h	W_h	\bar{X}_h	n_h	\bar{x}_h	\bar{y}_h	S_h^2	S_{xyh}	\hat{R}_h	r_h
I	x	180	0.75	98	18	94		150	130	1.05	0.9
	y							140			
II	x	60	0.25	53	6	58		30	24	1.22	0.6
	y							55			
合計		240			24						

(一)利用下列估計量估計今年平均每棵文旦樹的產量 \bar{Y} 。（15 分）

(1) \bar{y}_{st} ：分層隨機抽樣結合簡單均數估計量。

(2) \bar{y}_{Rs} ：分層隨機抽樣結合分開比率估計量（separate ratio estimator）。

(3) \bar{y}_{Rc} ：分層隨機抽樣結合混合比率估計量（combined ratio estimator）。

(二)估計第(一)題中各估計量的變異數並比較這三個估計量的精確度。(15 分)